

1. ZH (55 pont)
2023. Október 26.

Név: _____

Mindegyik feladatban indoklás szükséges (a számolás részletei), a pusztán eredményért nem jár pont. Minimum 20 pont kell az elégségeshez. Segédeszköz nem használható, kalkulátor, mobiltelefon sem. A név és a NEPTUN-kód minden lapon szerepeljen.

1. (10 points) Adja meg a $52x + 23y = 65$ egyenlet összes megoldását, ahol x és y egész szám. Határozza meg 123^{765} 11-gyel vett (legkisebb) maradékát!

2. (6 points) Írja fel a 12-dik primitív egységgyököket!

3. (4 points) Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést:

$$\frac{\cos \varphi + i \sin \varphi}{\cos \psi - i \sin \psi}$$

4. (5 points) Számítsa ki a következő műveleteket: $(A + 4 \cdot B) \cdot C$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

5. (10 points) Oldja meg Gauss-eliminációval a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} -8x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 &= 16 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 &= 7 \end{aligned}$$

6. (5 points) Határozza meg az A mátrix inverzét, ha

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. (7 points) A Horner-féle elrendezés felhasználásával számítsa ki $f(x_0)$ -t ha

$$f(x) = x^6 - 4x^4 + x^3 - x^2 + 4, \quad x_0 = 2$$

8. (3 points) Végezze el az alábbi maradékos osztást!

$$(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8) : (x - 1)$$

9. (5 points) Plusz Feladat! Fejtse ki a determinánst az első oszlopa szerint és számítsuk ki az értékét!

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$