

# Számelmélet gyakorlat

## 2023/2024 II. félév

2024. Február 22.

1. Adjunk meg végtelen pozitív egészt, ami nem áll elő két négyzetszám összegeként.
2. Bizonyítsuk be, hogy négyzetszám hármas maradéka nem lehet 2!
3. Mennyi lehet egy köbszám 7-es maradéka?
4. Miért nem lehet 100 páratlan szám reciprokának összege 1?
5. Melyik az a legkisebb pozitív szám, amely 2-vel osztva 1, 3-mal osztva 2, 5-tel osztva 4, 7-tel osztva 6, 11-gyel osztva 10 maradékot ad?
6. Tegyük fel, hogy az  $(a, b, c$  számjegyekből álló)  $\overline{abc}$  háromjegyű szám osztható 37-tel. Igazoljuk, hogy ekkor a  $\overline{bca}$  szám is osztható 37-tel.
7. Bizonyítsuk be, hogy ha  $5a + 9b$  osztható 23-mal, akkor  $3a + 10b$  is osztható 23-mal.
8. Bizonyítsuk be, hogy ha  $11 \mid 7a + 5b$ , akkor  $11 \mid 9a + 8b$
9. Igazoljuk, hogy  $120 \mid 11^{12} - 1$
10. Határozzuk meg euklideszi algoritmussal  $(112, 301)$  legnagyobb közös osztóját, majd írjuk fel  $112x + 301y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész!
11. Határozzuk meg euklideszi algoritmussal  $(504, 372)$  legnagyobb közös osztóját, majd írjuk fel  $504x + 372y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész!

---

Müllner Károly  
Email: [mullni@hotmail.com](mailto:mullni@hotmail.com)  
<https://mullni.elte.hu/>