

Dolgozat

Számelmélet (tanár, 4. félév)

2024 tavasz

A feladatsor minden feladata 10 pontot ér. A dolgozat sikeres teljesítéséhez 20 pontot kell elérni. A dolgozat megírására mindenkinek 105 perc áll rendelkezésére.

1. Keressük meg 2024 és 363 legnagyobb közös osztóját és írjuk fel a legnagyobb közös osztót $2024u + 353v$ alakban, ahol u és v egész számok.
2. Keressük meg azokat az egész számokat, amik négyszerese 15 maradékot ad 61-el osztva. Változtassuk meg a feltételeket úgy, hogy ne legyen egész szám megoldás.
3. Számítsuk ki
 - $d(\varphi(120))$,
 - $\frac{d(\varphi(1500))}{d(\varphi(150))}$számokat.
4. Milyen n pozitív egész számokra lesz $\varphi(n)$ páratlan?
5. (a) Bontsuk fel az $a^4 - b^4$ minél több, egész együtthatós tag/polinom szorzatára.
(b) Lássuk be, hogy ha se a , se b nem osztható 3-al, akkor $a^4 - b^4$ viszont osztható hárommal.
(c) Lássuk be, hogy ha a és b is páratlan, akkor $a^4 - b^4$ osztható 16-al.
6. Két pozitív egész szám különbsége 14 a tizes számrendszerben. A két számnak valamely különböző számrendszerben ugyanaz a felírása, ami csupa ugyanolyan számjegyből áll és háromjegyű. Mi lehet ez a két szám?