

Algebra és számelmélet gyakorlat  
(matematika BSc)  
2024/2025 I. félév

2024. Szeptember 23.

## 1. Lineáris egyenletrendszerek

### 1.1. Gauss-elimináció

1. Oldjuk meg Gauss-eliminációval a következő egyenletrendszereket!

(a)

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 6 \\x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 5\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}-8x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\x_1 - 5x_2 + x_3 &= 16 \\x_1 + x_2 - 4x_3 &= 7\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}33x_1 + 25x_2 + 23x_3 &= 78 \\20x_1 + 17x_2 + 14x_3 &= 51 \\25x_1 + 20x_2 + 17x_3 &= 62\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}5x_1 - x_2 - x_3 - x_4 &= -4 \\-x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 &= 12 \\-x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 &= 8 \\-x_1 - x_2 - x_3 + 10x_4 &= 34\end{aligned}$$

2. Adjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszerek általános megoldását.

(a)

$$\begin{aligned}2x - 3y + 6z &= 14 \\-3x + 2z &= 3 \\x - 6y + 14z &= 31\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}x - y + z + t &= 2 \\-3x + 3t &= 0 \\-2x - y + z + 4t &= 2 \\4x - y + z - 2t &= 2\end{aligned}$$

3. Gauss eliminációval oldjuk meg a következő lineáris egyenletrendszereket!

(a)

$$\begin{aligned}-3x_1 + x_2 - 3x_3 &= -9 \\x_1 - 2x_2 + x_3 &= 13 \\5x_1 + 2x_3 &= -13\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= -8 \\-x_2 + x_3 &= 3 \\3x_1 + x_2 + 2x_3 &= -9\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}3x_1 - 3x_2 &= -30 \\x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 29 \\2x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= -5\end{aligned}$$

4. Határozzuk meg a következő mátrixok inverzét Gauss-eliminációval!:

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & -4 & 6 \\ 6 & -7 & 8 \end{pmatrix}$$

(b)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

(c)

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

(d)

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 7 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

(e)

$$E = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

---

Müllner Károly  
ELTE TTK Algebra és Számelmélet Tanszék  
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C.  
Email: mullni@hotmail.com  
<https://mullni.web.elte.hu>