

1. ZH (55 pont)  
2024. November 4.

Név: \_\_\_\_\_

Mindegyik feladatban indoklás szükséges (a számolás részletei), a pusztán eredményért nem jár pont. Minimum 20 pont kell az elégségeshez. Segédeszköz nem használható, kalkulátor, mobiltelefon sem. A név és a NEPTUN-kód minden lapon szerepeljen.

1. (6 points) Adja meg az alábbi Diophantosi egyenlet összes megoldását, ahol  $x$  és  $y$  egész szám.

$$450x + 86y = 100$$

2. (3 points) Határozza meg  $2^{1526}$  maradékát  $(\text{mod } 17)$ !

3. (6 points) Írja fel a 6-dik primitív egységgyököket!

4. (3 points) Számítsa ki a következő determinánst:

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}$$

5. (3 points) Oldjuk meg a következő lineáris kongruenciát:

$$29x \equiv 17 \pmod{73}$$

6. (4 points) Számítsa ki a következő műveleteket:  $(2 \cdot A + B) \cdot C$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

7. (10 points) Oldja meg Gauss-eliminációval a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned}3x_1 - 3x_2 &= -30 \\x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 29 \\2x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= -5\end{aligned}$$

8. (5 points) Határozza meg az  $A$  mátrix inverzét, ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

9. (6 points) A Horner-féle elrendezés felhasználásával számítsa ki  $f(x_0)$ -t ha

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16, \quad x_0 = 4$$

10. (4 points) Végezze el az alábbi gyökvonást!

$$\sqrt[4]{-4}$$

11. (5 points) Plusz Feladat! Fejtse ki a determinánst az első oszlopa szerint és számítsa ki az értékét!

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$