

Algebra és számelmélet gyakorlat

2024/2025 I. félév

2024. November 8.

1. Előadás emlékeztető

1.1. Definíció (Pitagoraszi számhármasok). *A pitagoraszi számhármasok, amelyek olyan a, b és c pozitív egész számok, amelyekre*

$$a^2 + b^2 = c^2$$

1.1. Tétel. *Legyen a, b, c primitív pitagoraszi számhármas, azaz $\exists a, b, c \in \mathbb{Z}^+$*

$$a^2 + b^2 = c^2$$

és

$$(a, b, c) = 1$$

Ekkor $u, v \in \mathbb{Z}^+$, $u > v$, $(u, v) = 1$, $u \not\equiv v \pmod{2}$, hogy

$$a = u^2 - v^2, \quad b = 2uv, \quad c = u^2 + v^2,$$

Mivel minden pitagoraszi számhármas egy primitív pitagoraszi számhármas többszöröse, ezért általában az alábbi igaz:

1.2. Tétel. *Legyen a, b, c pitagoraszi számhármas. Ekkor $\exists t, u, v \in \mathbb{Z}^+$, melyekre $u > v$, $(u, v) = 1$, $u \not\equiv v \pmod{2}$ és*

$$a = (u^2 - v^2)t, \quad b = 2uvt, \quad c = (u^2 + v^2)t,$$

vagy

$$a = 2uvt, \quad b = (u^2 - v^2)t, \quad c = (u^2 + v^2)t.$$

1.3. Tétel (Fermat-sejtés). *A $x^n + y^n = z^n$ egyenletnek $n \geq 3$ esetén nincs pozitív egész számokból álló megoldása.*