

Algebra és számelmélet gyakorlat (matematika BSc) 2024/2025 I. félév

2024. November 15.

1. Emlékeztető

1.1. Tétel (Kínai maradéktétel). *Legyenek $m_1, m_2, \dots, m_k > 0$ páronként relatív prímek, c_1, c_2, \dots, c_k pedig tetszőleges egészek. Ekkor az*

$$\begin{aligned}x &\equiv c_1 \pmod{m_1} \\x &\equiv c_2 \pmod{m_2} \\&\vdots \\x &\equiv c_k \pmod{m_k}\end{aligned}$$

kongruencia-rendszer bármilyen c_1, c_2, \dots, c_k esetén megoldható, és a megoldás egyetlen maradékosztály \pmod{M} , ahol $M = m_1 m_2 \cdots m_k$.

2. Feladatok

2.1. Kongruencia rendszerek, kínai maradéktétel

1. Oldjuk meg a következő kongruencia-rendszert!

$$\begin{aligned}5x &\equiv 3 \pmod{7} \\3x &\equiv 7 \pmod{8}\end{aligned}$$

2. Oldjuk meg a

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

kongruencia-rendszert a kínai maradéktétel segítségével!

3. Oldjuk meg a a következő kongruencia-rendszert a kínai maradéktétel segítségével!

$$4x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$3x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$9x \equiv 7 \pmod{11}$$

4. Oldjuk meg a a következő kongruencia-rendszert a kínai maradéktétel segítségével!

$$3x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$2x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

5. Keressük meg a kínai maradéktétel alkalmazásával az alábbi kongruenciák szimultán megoldását:

$$5x \equiv 1 \pmod{7}$$

$$4x \equiv 1 \pmod{9}$$

$$8x \equiv 1 \pmod{13}$$

Müllner Károly
Email: mullni@hotmail.com
<https://mullni.web.elte.hu>