

Algebra és számelmélet gyakorlat
(matematika BSc)
2024/2025 I. félév

2024. November 18.

1. Oldjuk meg a következő kongruencia-rendszert:

$$\begin{aligned}7x &\equiv 11 \pmod{12} \\13x &\equiv 17 \pmod{21}\end{aligned}$$

2. Egy négyjegyű természetes szám 72-vel osztva 46, 127-tel osztva 97 maradékot ad. Melyik ez a szám?
3. Keressük meg a kínai maradéktétel alkalmazásával az összes egész számot, amely egyidejűleg kielégíti az

$$\begin{aligned}x &\equiv 2 \pmod{3} \\x &\equiv 3 \pmod{5} \\x &\equiv 5 \pmod{2}\end{aligned}$$

kongruenciákat!

4. Oldjuk meg a kínai maradéktétel alkalmazásával az alábbi kongruenciarendszert:

$$\begin{aligned}x &\equiv 1 \pmod{4} \\x &\equiv 0 \pmod{3} \\x &\equiv 5 \pmod{7}\end{aligned}$$

5. Keressük meg a kínai maradéktétel alkalmazásával azokat az egész számokat, amelyek 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at adnak maradékul.

6. Melyek megoldhatók az alábbi szimultán kongruenciák közül? A megoldhatókat oldjuk is meg!

a.)

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 4 \pmod{7}$$

b.)

$$x \equiv 3 \pmod{6}$$

$$x \equiv 6 \pmod{8}$$

c.)

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 3 \pmod{6}$$

$$x \equiv 4 \pmod{8}$$

d.)

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{6}$$

$$x \equiv 7 \pmod{9}$$

7. Oldjuk meg az alábbi kongruenciát úgy, hogy a felírt kongruenciát visszavezetjük prímszámhatvány-modulusú kongruenciákra.

$$3x^2 + 5x - 2 \equiv 0 \pmod{12}$$

8. Oldjuk meg az

$$x^3 + x + 3 \equiv 0 \pmod{125}$$

kongruenciát!