

Algebra és számelmélet gyakorlat  
(matematika BSc)  
2024/2025 I. félév

2024. November 25.

## 1. Feladatok

1. Döntsük el az alábbi  $\mathbf{R}^3$ -beli vektorokról, hogy lineárisan összefüggők vagy függetlenek. Ha összefüggők, fejezzük ki az egyiket a többi lineáris kombinációjaként.

$$(i) \quad \underline{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{u}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(ii) \quad \underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Döntsük el az alábbi  $\mathbf{R}^4$ -beli vektorokról, hogy lineárisan összefüggők vagy függetlenek. Ha összefüggők, fejezzük ki az egyiket a többi lineáris kombinációjaként.

$$(i) \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (ii) \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. Lineárisan függetlenek-e (külön-külön) az alábbi mátrixok oszlop-, illetve sorvektorai? Mindegyik mátrixban adjunk meg annyi lineárisan

független oszlopot, ahányat csak lehet, az összes lehetséges módon. Határozzuk meg a mátrixok sor-, illetve oszloprangját.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

---

Müllner Károly  
Email: [mullni@hotmail.com](mailto:mullni@hotmail.com)  
<https://mullni.elte.hu>