

Algebra és számelmélet gyakorlat

2025/2026 I. félév

2025. Október 2.

1. Komplex számok

1. Ábrázoljuk derékszögű koordinátarendszerben a következő számokat:

$$1; \quad -1; \quad -\sqrt{2}; \quad i; \quad -i; \quad i\sqrt{2}; \quad -1 + i; \quad 2 - 3i$$

2. Végezzük el az alábbi műveleteket:

a.) $(1 + i)(3 - 2i)$

b.) $1/i$

c.) $(1 + i)/(3 - 2i)$

3. Adjuk meg trigonometrikus alakban a következő számokat:

$$1; \quad -1; \quad i; \quad -i; \quad 1 + i; \quad -1 + i; \quad -1 - i; \quad 1 - i; \quad 2i; \quad -3$$

4. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket!

a.) $x^2 + 1 = 0$

b.) $x^2 = -12$

c.) $x^2 + 2x + 2 = 0$

d.) $2x^2 - 6x + 5 = 0$

e.) $x^2 + x + 1 = 0$

5. Számítsuk ki az alábbi kifejezéseket:

- $(1 + 2i)^6$
- $(2 + i)^7 - (2 - i)^7$

6. Példa gyökvonásra:

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4} \left(\cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4} \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

hányféle számot kapunk?

$$\begin{aligned} k = 0 : \quad & \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \frac{\pi}{4} \right) = 1 + i \\ k = 1 : \quad & \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \frac{3\pi}{4} \right) = -1 + i \\ k = 2 : \quad & \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \frac{5\pi}{4} \right) = -1 - i \\ k = 3 : \quad & \sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \frac{7\pi}{4} \right) = 1 - i \end{aligned}$$

$k = 4$ eset megegyezik a $k = 0$ esettel. (Periodikus). A $\sqrt[4]{-4}$ -nek négy értéke van: $1 + i$, $-1 + i$, $-1 - i$, $1 - i$.

Ezek elhelyezkedése: egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el, melynek középpontja az origó.

1.1. Tétel (n-edik gyökök elhelyezkedése). *Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.*

Müllner Károly
 Email: mullni@hotmail.com
<https://mullni.elte.hu>