

1. ZH (60 pont)

2025. November 5.

(A csoport) Név: _____

Mindegyik feladatban indoklás szükséges (a számolás részletei), a puszta eredményért nem jár pont. Minimum 30 pont kell az elégségeshez. Segédeszköz nem használható, kalkulátor, mobiltelefon sem. A név és a NEPTUN-kód minden lapon szerepeljen.

1. (6 points) Adja meg az alábbi Diophantosi egyenlet összes megoldását, ahol x és y egész szám.

$$18x + 28y = 10$$

2. (5 points) Határozza meg 2^{1526} maradékát $(\text{mod } 17)!$

3. (7 points) Írja fel a 6-dik primitív egységgyököket!

4. (7 points) Fejtse ki a determinánst az első sora szerint és számítsa ki az értékét!

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

5. (7 points) Oldja meg a következő lineáris kongruenciát:

$$29x \equiv 17 \pmod{73}$$

6. (7 points) A Horner-féle elrendezés felhasználásával számítsa ki $f(x_0)$ -t ha

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16, \quad x_0 = 4$$

(PLUSZ 3 pontért): Alakítsa át $f(x)$ -et $(x - x_0)$ hatványai szerint!

7. (7 points) Oldja meg Cramer-szabály alkalmazásával a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 11 \\3x_1 - 2x_2 + x_3 &= 11\end{aligned}$$

8. (7 points) Határozza meg az A mátrix inverzét, ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

9. (7 points) Határozza meg a $2x^3 + 3x + 5$ polinom racionális gyökeit és bontsd fel $\mathbb{Q}$ felett és $\mathbb{C}$ felett irreducibilisek szorzatára!