

1. ZH (60 pont)

2025. November 5.

(B csoport) Név: _____

Mindegyik feladatban indoklás szükséges (a számolás részletei), a puszta eredményért nem jár pont. Minimum 30 pont kell az elégségeshez. Segédeszköz nem használható, kalkulátor, mobiltelefon sem. A név és a NEPTUN-kód minden lapon szerepeljen.

1. (6 points) Adja meg az alábbi Diophantosi egyenlet összes megoldását, ahol x és y egész szám.

$$125x + 45y = -20$$

2. (5 points) Igazolja, hogy $61 \mid 5^{2018} + 6^{2018}!$

3. (7 points) Írja fel a 8-dik primitív egységgyököket!

4. (7 points) Fejtse ki a determinánst az első sora szerint és számítsa ki az értékét!

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

5. (7 points) Oldja meg a következő lineáris kongruenciát:

$$30x \equiv 48 \pmod{58}$$

6. (7 points) A Horner-féle elrendezés felhasználásával számítsa ki $f(x_0)$ -t ha

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90, \quad x_0 = 2$$

(PLUSZ 3 pontért): Alakítsa át $f(x)$ -et $(x - x_0)$ hatványai szerint!

7. (7 points) Oldja meg Gauss-eliminációval a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= -8 \\ -x_2 + x_3 &= 3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 &= -9\end{aligned}$$

8. (7 points) Határozza meg az A mátrix inverzét, ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

9. (7 points) Határozza meg a $x^3 - 2x^2 + 9x - 18$ polinom racionális gyökeit és bontsd fel $\mathbb{Q}$ felett és $\mathbb{C}$ felett irreducibilisek szorzatára!