

2025. December 4.

(A csoport) Név: _____

Mindegyik feladatban indoklás szükséges (a számolás részletei), a puszta eredményért nem jár pont. Minimum 24 pont kell az elégségeshez. Segédeszköz nem használható, kalkulátor, mobiltelefon sem. A név és a NEPTUN-kód minden lapon szerepeljen.

1. (7 points) Határozzuk meg a $(-1, 6)$, $(0, 3)$ és $(1, 2)$ pontokra illeszkedő Lagrange interpolációs polinomot!
2. (5 points) Keressük meg az összes olyan primitív pitagoraszi számhármast, amelynek egyik eleme 42.

3. (7 points) Oldjuk meg az alábbi kongruenciát úgy, hogy a felírt kongruenciát visszavezetjük prímszámhatvány-modulusú kongruenciákra.

$$x^3 - 4x \equiv 21 \pmod{25}$$

4. (7 points) Oldja meg az alábbi kongruenciarendszert a Kínai-maradéktétel segítségével!

$$4x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$3x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$9x \equiv 7 \pmod{11}$$

5. (7 points) Fejezzük ki az x_1, x_2, x_3, x_4 változók elemi szimmetrikus polinomjai, azaz $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ segítségével az alábbi szimmetrikus polinomot!

$$\sum_{i,j,k=1, i \neq j \neq k}^4 x_i^2 x_j x_k$$

6. (7 points) Számítsa ki a $2x^4 + 2x + 3$ polinom négy komplex gyökének összegét, szorzatát, négyzetösszegét, valamint e gyökök reciprokainak összegét!

7. (6 points) Számolja ki a következő számelméleti függvények értékét!

- $d(360) =$

- $o(360) =$

- $\mu(360) =$

- $\varphi(360) =$

- $\omega(360) =$

- $\Omega(360) =$

8. (4 points) Melyik a legkisebb prím, amelyre

$$o_p(3) = 5$$

9. (6 points) Oldja meg index táblázat segítségével az alábbi kongruenciát!

$$5x^6 \equiv 3 \pmod{11}$$

10. (4 points) Határozza meg az összes primitív gyököt (mod 13)!