

Lineáris és absztrakt algebra gyakorlat

5. Házi feladat - 2026.03.09.

Határidő: 2026.03.16. 8:00

1. Mely geometriai transzformáció tartozik az alábbi mátrixhoz? (2 pont)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Az A transzformáció mátrixa a sík szokásos bázisában (4 pont)

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Adjuk meg a bázistranszformáció képletét felhasználva az A mátrixát az $(1, 1)^T, (1, 2)^T$ bázisban, továbbá a $b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)^T, b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)^T$ bázisban is! Azaz $S^{-1}MS$ alakot használjuk, ahol M a régi mátrix.

3. Döntsük el, hogy az alábbi $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ leképezés lineáris-e, ha igen határozzuk meg a mag- és képterét, és ezek dimenzióját! (4 pont)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ képe } \begin{pmatrix} x + y \\ 2x + z \\ 4x + 2y + z \\ y + z \end{pmatrix};$$

4. Határozzuk meg a $v \rightarrow Mv$ leképezés mag- és képterét, valamint ezek dimenzióját az alábbi mátrix esetén. Ellenőrizzük a dimenziótétel teljesülését is! (3 pont)

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$