

Lineáris és absztrakt algebra gyakorlat

6. Házi feladat - 2026.03.16.

Határidő: 2026.03.23. 8:00

1. Határozza meg az alábbi mátrixok $S^{-1}DS$ felbontását, ahol D diagonális mátrix! (2+2 pont)

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Vizsgáljuk meg az alábbi mátrix diagonalizálhatóságát, karakterisztikus polinomját, sajátértékeit, sajátaltérét, valamint ezek dimenzióját és adjuk meg a diagonális alakját (ha létezik) $\mathbb{R}$ illetve $\mathbb{C}$ felett! (6 pont)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Hogyan látszik a karakterisztikus polinomról, hogy a transzformáció invertálható-e?
A nulla mint sajátérték esetben mit tudunk mondani? (2 pont)

4. Legyen V a legfeljebb 6-odfokú valós együtthatós polinomok (és a 0) szokásos vektortere. Egy általános polinomot f -fel jelölünk. Határozzuk meg az alábbi lineáris transzformáció sajátértékeit és sajátvektorait. Hány dimenziósak a megfelelő sajátaltérek? Létezik-e diagonális mátrixa? (4 pont)

$$A(f) = f(6)x^6$$

5. Legyen $A, B \in \text{Hom}(V)$ és α közös sajátértéke A -nak és B -nek. Következik-e ebből, hogy $A + B$ -nek, illetve A^{-1} -nek is van sajátértéke, és ha igen, akkor hogyan függ ez a sajátérték α -tól? (2 +2 pont)