

# Algebra és számelmélet gyakorlat

## 2023/2024 I. félév

2023. Szeptember 29.

### 1. Számelmélet

1. Keressük meg két ötjegyű szám (16415, 24192) legnagyobb közös osztóját!
2. Van-e olyan  $a$  egyjegyű szám, amire  $1234567890a0123456789$  osztható 33-mal?
3. Mely egész  $n$ -ekre igaz, hogy  $\frac{n^3+2}{n-1}$  is egész?
4. Legyen  $n$  egy egész szám. Milyen  $n$ -ekre lehet egész számmal egyszerűsíteni a következő törtet:  $\frac{8n+3}{7n+1}, \frac{3n^2+1}{4n^2+3}$ ?
5. Számítsuk ki az euklideszi algoritmussal 391 és 697 lnkoj-át, és írjuk fel  $391u + 697v$  alakban, ahol  $u$  és  $v$  egész számok.
6. Határozzuk meg az Euklideszi algoritmussal 112 és 301 legnagyobb közös osztóját. Írja fel a legnagyobb közös osztót  $112x + 301y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész.
7. Számítsuk ki a következőket:
  - a.)  $(3^{15} - 1, 3^9 - 1)$
  - b.)  $(\underbrace{9\dots93}_{59 \text{ db.}}, \underbrace{10\dots05}_{119 \text{ db}})$
8. Határozzuk meg azokat a  $p$  számokat, amelyekre  $p, p+2$  és  $p+4$  is prím.
9. Mely  $n$  számokra lesz  $n^4 + 4$  prím?

10. Mely  $p$  prímekekre lesz  $p^2 + 4$  és  $p^2 + 6$  is prím?
11. Tekintsük oszthatósági szempontból az  $S = \{a + b\sqrt{5} : a, b \in \mathbb{Z}\}$  számkört.
- a.) Döntsük el, hogy  $S$ -ben  $12 - 7\sqrt{2}$  osztható-e  $3 + 4\sqrt{2}$
  - b.) Igazoljuk, hogy  $S$ -ben  $1 + \sqrt{2}$  egység.

---

Müllner Károly  
Email: [mullni@hotmail.com](mailto:mullni@hotmail.com)  
<https://mullni.web.elte.hu>