

Algebra és számelmélet gyakorlat  
(matematika BSC)  
2023/2024 I. félév

2024. Szeptember 16.

1. Melyik igaz a következők közül?
  - (a)  $c \mid a + b \Rightarrow c \mid a$  és  $c \mid b$
  - (b)  $c \mid a + b$  és  $c \mid a - b \Rightarrow c \mid a$  és  $c \mid b$
  - (c)  $c \mid a$  és  $d \mid b \Rightarrow cd \mid ab$ .
2. Igazoljuk, hogy
  - (a)  $a - b \mid a^n - b^n$
  - (b)  $a + b \mid a^n + b^n$ , ha  $n$  páratlan
  - (c)  $a + b \mid a^n - b^n$ , ha  $n$  páros
3. Igazoljuk, hogy
  - (a)  $13 \mid 14 \cdot 15^{100} - 53 \cdot 67^{100}$
  - (b)  $61 \mid 5^{2018} + 6^{2018}$
4. Igazoljuk, hogy  $30 \mid 11^{11} + 12^{12} + 13^{13}$
5. Bizonyítsuk be, hogy ha  $11 \mid 7a + 5b$ , akkor  $11 \mid 9a + 8b$
6. Bizonyítsuk be, hogy ha  $23 \mid 5a + 9b$ , akkor  $23 \mid 3a + 10b$
7. Bizonyítsuk be, hogy  $n(n^2 + 5)$  osztható 6-tal!
8. Bizonyítsuk be, hogy  $2^{70} + 3^{70}$  osztható 13-mal!

9. Lássuk be, hogy ha  $\overline{abc}$  háromjegyű szám osztható 37-tel, akkor  $\overline{bca}$  is.
10. Igazoljuk, hogy  $120 \mid 11^{12} - 1$
- 

11. Határozzuk meg az Euklideszi algoritmussal 112 és 301 legnagyobb közös osztóját! Írjuk föl a legnagyobb közös osztót  $112x + 301y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész!
12. Határozzuk meg az Euklideszi algoritmussal 504 és 372 legnagyobb közös osztóját! Írjuk föl a legnagyobb közös osztót  $504x + 372y$  alakban, ahol  $x$  és  $y$  egész!
13. Igazoljuk, hogy  $19 \mid 3^{6n} - 2^{6n}$
14. Döntsük el, melyek prímszámok az alábbiak közül. Amelyik nem az, annak adjunk meg egy osztóját.
- a.)  $7^{21} - 4^{21}$
  - b.)  $7^{21} + 4^{21}$
  - c.)  $2^{111111} + 1$
15. Mely pozitív  $n$ -ekre igaz, hogy  $n - 1 \mid n^2 + 1$
- 

Károly Müllner  
Email: [mullni@hotmail.com](mailto:mullni@hotmail.com)  
Web: [mullni.elte.hu](http://mullni.elte.hu)