

Algebra és számelmélet gyakorlat
(matematika BSc)
2024/2025 I. félév

2024. Szeptember 30.

1. Polinomok

1. Számítsuk ki az alábbi összegeket.

a.) $\sum_{i=0}^n q^i$

b.) $\sum_{i=0}^{100} \binom{100}{i}$

c.) $\sum_{i=0}^{100} (-1)^i \binom{100}{i}$

2. Egyszerűsítsük: $\sqrt[4]{8}\sqrt[4]{4}$; $(\sqrt[n-1]{x})^{n^2-1}$; $(x^1)^2(x^2)^2 \cdots (x^n)^2$; $x^{1^2} x^{2^2} \cdots x^{n^2}$

3. Oldjuk meg az $x^3+3x^2+3x+1=0$ és $x^3+3x^2+3x+2=0$ egyenleteket!

4. Alakítsuk szorzattá az $a^3 + b^3$ kifejezést!

5. Alakítsuk szorzattá az $x^2 - 8x + 15$ kifejezést. Adjuk meg az $u + v = 8$, $uv = 15$, majd az $u + v = 14$, $uv = 49$ egyenletrendszer összes valós megoldását!

6. Mi lesz a 20-adfokú tag együtthatója a $(2x^{10} + x^5 - 1)(x^{20} + x^{15} - x^7 + 3x)$ polinomban?

7. Végezzük el az alábbi műveleteket a polinomok körében és állapítsuk meg az eredmény fokát:

a.) $(x^3 + 3x^2 + 2) - (x^3 + 3x - 4)$

- b.) $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + 3)$
8. Emeljük ki az $(x - 1)$ gyöktényezőt az $x^3 - 7x + 6$ polinomból, majd határozzuk meg az összes gyökét!
9. Végezzük el az alábbi maradékos osztásokat!
- a.) $(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8) : (x - 1)$
- b.) $(2x^5 - 5x^3 - 8x) : (x + 3)$
- c.) $(2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6) : (x^2 - 3x + 1)$
- d.) $(x^3 - 3x^2 - x - 1) : (3x^2 - 2x + 1)$
10. Határozzuk meg a $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ polinom helyettesítési értékét a $x_0 = 2$ helyen!
11. A Horner-féle elrendezés felhasználásával számítsuk ki $f(x_0)$ -t ha
- a.) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16, \quad x_0 = 4;$
- b.) $f(x) = x^6 - 4x^4 + x^3 - x^2 + 4, \quad x_0 = 2$
- c.) $f(x) = x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 10, \quad x_0 = 2$
12. Hányszoros gyöke az $x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1? (Iterált Horner)
13. A Horner-elrendezés felhasználásával alakítsuk át $f(x)$ -et $(x - x_0)$ hatványai szerint, ha
- a.) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, \quad x_0 = -1;$
- b.) $f(x) = x^5, \quad x_0 = 1;$
- c.) $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 90, \quad x_0 = 2;$