

Algebra és számelmélet gyakorlat
(matematika BSc)
2024/2025 I. félév

2024. október 04.

1. Bizonyítsuk be, hogy ha egy prímszámot 30-cal osztunk, akkor maradéknak 1-et vagy ismét prímszámot kapunk.
2. Melyek azok a prímszámok, amelyekre $2p + 1$ teljes köbszám?
3. $p^2 + 2$ milyen p prím esetén prímszám?
4. Milyen n egész számokra lesz $n^4 + 4$ prímszám?
5. (a.) Lássuk be, hogy ha $2^k - 1$ prím, akkor k prím!
(b.) Keressünk $2^p - 1$ alakú összetett számot, ha p prím
6. Lássuk be, hogy ha $2^k + 1$ prímszám, akkor $k = 2^n$
7. Határozzuk meg mindazon p prímszámokat (a negatívakat is), melyekre $2p - 1$ és $2p + 1$ is prímszám!
8. Adjuk meg az összes olyan 5-tel nem osztható n természetes számot, amelyre $n^2 + 4$ és $n^2 + 16$ mindketten prímszámok.

9. Határozzuk meg az Euklideszi algoritmussal 1080 és 285 legnagyobb közös osztóját! Írjuk föl a legnagyobb közös osztót $112x+301y$ alakban, ahol x és y egész!
10. Határozzuk meg az Euklideszi algoritmussal 2355 és 450 legnagyobb közös osztóját! Írjuk föl a legnagyobb közös osztót $504x+372y$ alakban, ahol x és y egész!
11. Igazoljuk, hogy $19 \mid 3^{6n} - 2^{6n}$
12. Mely pozitív n -ekre igaz, hogy $n - 1 \mid n^2 + 1$
13. Oldjuk meg az alábbi diofantikus egyenleteket!
 - (a.) $117x + 81y = 891$
 - (b.) $323x + 85y = 323$

Károly Müllner
Web: <https://mullni.web.elte.hu>
Email: mullni@hotmail.com