

Algebra és számelmélet gyakorlat  
(matematika BSc)  
2024/2025 I. félév

2024. Október 11.

## 1. Komplex számok

1. Ábrázoljuk derékszögű koordinátarendszerben a következő számokat:

$$1; -1; -\sqrt{2}; i; -i; i\sqrt{2}; -1 + i; 2 - 3i$$

2. Végezzük el az alábbi műveleteket:

a.)  $(1 + i)(3 - 2i)$

b.)  $1/i$

c.)  $(1 + i)/(3 - 2i)$

3. Adjuk meg trigonometrikus alakban a következő számokat:

$$1; -1; i; -i; 1 + i; -1 + i; -1 - i; 1 - i; 2i; -3$$

4. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket!

a.)  $x^2 + 1 = 0$

b.)  $x^2 = -12$

c.)  $x^2 + 2x + 2 = 0$

d.)  $2x^2 - 6x + 5 = 0$

e.)  $x^2 + x + 1 = 0$

5. Számítsuk ki az alábbi kifejezéseket:

- $(1 + 2i)^6$
- $(2 + i)^7 - (2 - i)^7$

6. Példa gyökvonásra:

$$\sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4} \left( \cos \frac{\pi + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{4} \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

hányféle számot kapunk?

$$k = 0 : \quad \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \frac{\pi}{4} \right) = 1 + i$$

$$k = 1 : \quad \sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \frac{3\pi}{4} \right) = -1 + i$$

$$k = 2 : \quad \sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \frac{5\pi}{4} \right) = -1 - i$$

$$k = 3 : \quad \sqrt{2} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \frac{7\pi}{4} \right) = 1 - i$$

$k = 4$  eset megegyezik a  $k = 0$  esettel. (Periodikus). A  $\sqrt[4]{-4}$ -nek négy értéke van:  $1 + i$ ,  $-1 + i$ ,  $-1 - i$ ,  $1 - i$ .

Ezek elhelyezkedése: egy négyzet négy csúcsában helyezkednek el, melynek középpontja az origó.

**1.1. Tétel (n-edik gyökök elhelyezkedése).** *Egy nem nulla komplex szám n-edik gyökei szabályos n-szöget alkotnak a komplex számsíkon, melynek középpontja az origó.*

---

Müllner Károly  
Email: mullni@hotmail.com  
<https://mullni.web.elte.hu>